

ÉCOULEMENT HYDROMAGNETIQUE NON LINEAIRE DE CONVECTION FORCEE D'UN FLUIDE BIOMAGNETIQUE INSTABLE

MERABET AYECHÉ Chahra*,1, KEZZAR Mohamed1, SARI Mohamed Rafik 2

1Département de Mécanique, Université 20 Août 1955 de Skikda BP 26, 21000 Algérie.
2Laboratoire de Mécanique Industrielle, Université Badji Mokhtar d'Annaba BP 12, 23000 Algérie.

* Email : chahram21@yahoo.fr

Résumé— L'objectif de ce travail est d'analyser les caractéristiques du champ dynamique d'un écoulement bidimensionnel instable hydromagnétique de la couche limite d'un fluide biomagnétique au-dessus d'une cale, utilise le modèle du micro polaire liquide avec une surface convective tenue compte l'effet induit de champ magnétique. Le fluide biomagnétique le plus connu qui présente de telles propriétés magnétique est le sang qui a un nombre de Prandtl=21. En présentant des variables non dimensionnelles appropriées le problème est décrit par un système couplé et non linéaire des équations ordinaires avec ses conditions aux limites qui est résolu numériquement en appliquant la méthode de Range-Kita d'ordre 4 (RK4) associée par la méthode de Tir.

Les résultats obtenus sont présentés en forme des graphiques de vitesse adimensionnelle comprenant l'épaisseur de la couche limite pour différentes valeurs des paramètres entrant dans le problème.

Mots clé — Fluide biomagnétique, couche limite, champs magnétique, surface convective, RK4, la méthode de Tir.

NOMENCLATURE

Table with 2 columns: Symbol and Description. Symbols include Cf, cp, f, h, hf, H*, H, H0, Hw, j, K, M, m, N, n, P.

Table with 2 columns: Symbol and Description. Symbols include S, t, T, Tf, Tw, Tinf, u, U, U0, U*, v, X, x, y, rho, beta, delta, mu, mu_e, nu, Delta, xi, omega, sigma, psi, kappa, eta.

1. INTRODUCTION

La dynamique des fluides Biomagnétique (BFD) est un domaine relativement nouveau dans la dynamique des fluides et pendant les dernières décennies des travaux de recherches étendues ont été effectué sur la dynamique des fluides biologiques en présence du champ magnétique. L'influence du champ magnétique sur l'écoulement des biofluids est intensivement étudiée en raison de diverses applications dans la technologie biologique et la médecine.

Le biofluide existe dans la créature vivante dont l'écoulement est influencé par la présence d'un champ magnétique nommé un fluide biomagnétique. Le biofluide le plus célèbre est le

sang qui tient les propriétés d'un fluide magnétique en raison de l'existence des oxydes de fer dans les molécules d'hémoglobine, qui est présente à une concentration uniquement élevée dans les globules rouges mûres (Pauling et al 1936, Higashi et al 1993). Le sang possède la propriété du matériel magnétique et dans quelques circonstances, peut être considéré comme fluide diamagnétique, paramagnétique ou ferromagnétique (Haik et al 1996).

La première formulation de la dynamique des fluides biomagnétiques (BFD), pour la recherche sur l'écoulement d'un biofluide sous l'influence d'un champ magnétique appliqué (écoulement de fluide biomagnétique), a été développée par (Haik et al 1996). Selon cette formulation, le fluide biomagnétique est considéré comme réellement posséder les propriétés magnétiques du sang. Le sang dans cette formulation de BFD est considéré comme fluide magnétique homogène, newtonien, électriquement non conducteur. Clairement, le modèle mathématique de (Haik et al 1996), est valide pour le flux de sang laminaire dans de grands navires où le comportement newtonien est une bonne approximation (Zendehbudi et al 1999, Anderson et al 2000]. D'ailleurs, le modèle de (BFD) est basé réellement sur celui

2. FORMULATION DU PROBLEME

Equations de gouvernement :

Nous considérons un écoulement laminaire bidimensionnel instable d'un fluide biomagnétique visqueux de masse volumique constante ρ , de viscosité dynamique μ et de température T_∞ se déplaçant au-dessus d'une surface électrique non conductrice d'une cale, dirigée le long de l'axe des abscisses positif, avec une vitesse potentielle $U(x, t)$ conduit par le gradient de pression du fluide non visqueux, en présence d'un champ magnétique transversal uniforme appliqué, comme illustré dans la fig.1. L'angle total de la cale est donné par $\beta\pi$. On suppose que l'intrados de la cale est chauffé par la convection d'un fluide chaud à la température T_f qui fournit un coefficient de transfert de chaleur h_f . Un flux magnétique uniforme H_0 est appliqué en parallèle à l'axe des ordonnées de sorte qu'il sature le fluide biomagnétique.

Dans le cadre des préentions au-dessus-remarquables, l'écoulement convectif d'un fluide biomagnétique incompressible instable négligeant

d'hydrodynamique ferro (FHD), qui s'occupe sans courant électrique induit et considère que l'écoulement est affecté par la magnétisation du fluide dans le champ magnétique (Haik et al 1996, Haik et al 1999 et Haik et al 2002).

L'objectif du travail actuel est l'étude numérique du transfert de chaleur des écoulements hydromagnétique bidimensionnel instable de la couche limite des fluides biomagnétique au-dessus d'une cale. On utilise le modèle du fluide micropolaire avec une surface convective tenue compte l'effet induit de champ magnétique. Les équations de gouvernement couplées non linéaires sont résolues numériquement pour les solutions semblables locales appliquant la méthode de Range-Kita d'ordre 4 (RK4) associée par la méthode de Tir. Des résultats graphiques pour la vitesse adimensionnelle sont présentés pour une gamme des valeurs des paramètres caractéristique. La discussion d'accompagnement fournit des interprétations physiques des résultats.

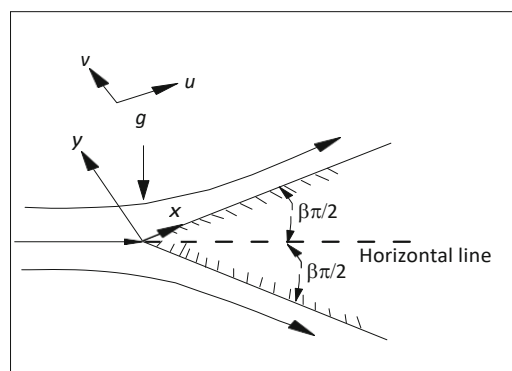


Fig. 1 Configuration d'écoulement

les forces de corps et l'effet de Joule, peut être décrit par les équations de conservation suivantes (Rahman et Sattar 2006, Chaudhary et Sharma 2006, Rahman 2011).

Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \left(u + \frac{S}{\rho} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{S}{\rho} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\mu_e H_0}{\rho} \frac{\partial H^*}{\partial y} \quad (2)$$

Équation de moment

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{v_s}{\rho_j} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \frac{S}{\rho_j} \left(2\omega + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3)$$

Équation d'induction magnétique

$$\frac{\partial H^*}{\partial t} + u \frac{\partial H^*}{\partial x} + v \frac{\partial H^*}{\partial y} = \frac{1}{\mu_e \sigma} \frac{\partial^2 H^*}{\partial y^2} + H^* \frac{\partial u}{\partial x} + H_0 \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

Conditions aux limites

Sur la surface de la cale à ($y = 0$):

$$u = 0, v = 0, -\kappa \frac{\partial T}{\partial y} = h_f(T_f - T), \omega = -n \frac{\partial u}{\partial y}, H^* = H_w. \quad (5.a)$$

Assortiment avec le jet libre à ($y \rightarrow \infty$):

$$u = U(x, t), \omega = 0, T = T_\infty, H^* = 0 \quad (5.b)$$

Pour obtenir les solutions des équations gouvernement ; 1, 2, 3 et 4 ainsi que les conditions aux limites Eqs 5.a et 5.b, nous présentons les transformations de similitude suivante :

$$\eta = y \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{x^{m-1}}{\delta^{m+1}}}, \psi = \sqrt{\frac{2v^2 x^{m+1}}{(m+1)\delta^{m+1}}} f(\eta) \quad (6)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{v^2 x^{3m-1}}{\delta^{3m+3}}} N(\eta), H^* = \sqrt{\frac{(m+1)\rho}{2\mu_e} \frac{vx^m}{\delta^{m+1}}} H(\eta) \quad (7)$$

Où ψ est la fonction de courant et f, N et H sont respectivement ; la fonction de courant adimensionnelle, la microrotation, et le champ magnétique induit.

Depuis : $u = \psi_y$ et $v = -\psi_x$, On trouve que :

$$u = U(x, t)f' \text{ et } v = -\sqrt{\frac{m+1}{2} \frac{v^2 x^{m-1}}{\delta^{m+1}}} \left(f + \frac{m-1}{m+1} \eta f' \right) \quad (8)$$

Maintenant la substitution des équations ; 6, 7, et 8 dans le système des équations ; 2,3 et 4, nous obtenons les équations différentielles non linéaires suivantes :

$$\left[\frac{U_0^{m-1}}{v^m} \delta^m \frac{d\delta}{dt} \right] [\eta f'' + 2f' - 2] + Re^{m-1} [(1 + \Delta)f''' + ff'' + \beta(1 - f'^2) + \Delta N' + MH] = 0 \quad (9)$$

$$\left[\frac{U_0^{m-1}}{v^m} \delta^m \frac{d\delta}{dt} \right] [3N + \eta N'] + Re^{m-1} [(1 + \Delta/2)\xi N'' - (2 - \beta)\Delta(2N + f'') + \xi\{fN' + (1 - 2\beta)Nf'\}] = 0 \quad (10)$$

$$\left[\frac{U_0^{m-1}}{v^m} \delta^m \frac{d\delta}{dt} \right] [2H + \eta H'] + Re^{m-1} [H'' + PmfH' + (\beta - 1)Pm\eta Hf'' + (2 - \beta)PmMf'] = 0 \quad (11)$$

Avec :

- Nombre de Biot

$$Bi = \sqrt{(h_f/\kappa)(xv/U_0U_*)}$$

- Paramètre induit de champ magnétique

$$h = \sqrt{(H_w/U_0U_*)(\mu_e/\rho)}$$

- Nombre de Reynolds local

$$Re = U_0x/v$$

- Nombre de Prandtl magnétique

$$Pm = \mu_e \sigma v$$

- Paramètre de viscosité de vortex

$$\Delta = S/\mu$$

- Paramètre local de champ magnétique

$$M = \sqrt{(\mu_e x/\mu U_0U_*)}$$

- Paramètre de micro-inertie

$$\xi = jU_0U_*/vx \text{ Avec : } U_* = U/U_0$$

Le système d'équations ; 9, 10 et 11 est semblable au terme $\left[\frac{U_0^{m-1}}{v^m} \delta^m \frac{d\delta}{dt} \right]$ où t apparaît explicitement. Ainsi la condition de similitude exige que ce doive être une constante. Par conséquent, suivant le travail de Sattar (2011) et des références là-dedans, on peut essayer une classe des solutions d'Eqs. 9, 10 et 11 en assumant cela

$$\left[\frac{U_0^{m-1}}{v^m} \delta^m \frac{d\delta}{dt} \right] = K(constan) \quad (12)$$

L'intégrale de l'équation 12, on donne :

$$\delta = [K(m+1)U_0^{1-m}v^m t]^{\frac{1}{m+1}}$$

Après les arguments de Sattar (2011) et d'employer Eqs. 9, 10, 11 et 12 devient des équations ordinaires comme suit :

$$K[\eta f'' + 2f' - 2] + Re^{m-1}[(1 + \Delta)f''' + ff'' + \beta(1 - f'^2) + \Delta N' + MH] = 0 \quad (13)$$

$$K[3N + \eta N'] + Re^{m-1}[(1 + \Delta/2)\xi N'' - (2 - \beta)\Delta(2N + f'') + \xi\{fN' + (1 - 2\beta)Nf'\}] = 0 \quad (14)$$

$$K[2H + \eta H'] + Re^{m-1}[H'' + PmfH' + (\beta - 1)Pm\eta Hf'' + (2 - \beta)PmMf'] = 0 \quad (15)$$

Ainsi en employant Eqs. 7 et 8, les conditions aux limites Eqs. (6.a), et (6.b) deviennent respectivement

$$f = f' = 0, N = -nf'', H = \sqrt{2 - \beta} h \text{ à } \eta = 0 \quad (16.a)$$

$$f' = 1, N = 0, H = 0 \text{ à } \eta \rightarrow \infty \quad (16.b)$$

3. RESULTATS

L'ensemble des équations ; 13, 14 et 15 sont fortement non linéaires et couplé et donc le système ne peut pas être résolu analytiquement. Alors que cette dernières et les conditions aux limites correspondants aux équations; 16.a et 16.b, sont résolus numériquement utilise la méthode de Range-Kita d'ordre 4 (RK4) associée par la méthode de Tir.

Les figures 2, 3, 4, 5, 6 et 7, nous avons montré la vitesse adimensionnelle du fluide biomagnétique dans la couche limite pour différents paramètres. La figure 2 montre l'effet du paramètre d'instabilité k sur la vitesse adimensionnelle du fluide biomagnétique. Pour cette figure (2) nous notons que la vitesse du fluide biomagnétique diminue dans toute la couche limite avec l'augmentation du paramètre d'instabilité.

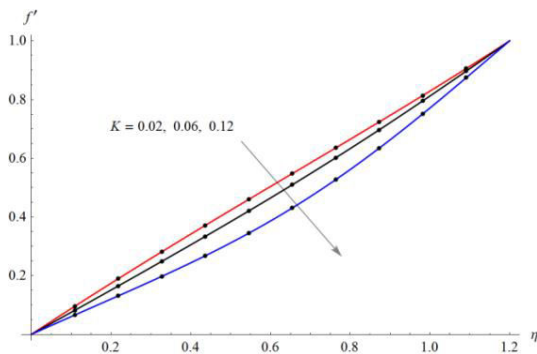


Fig. 2 Profil de vitesse pour différents valeurs de K.

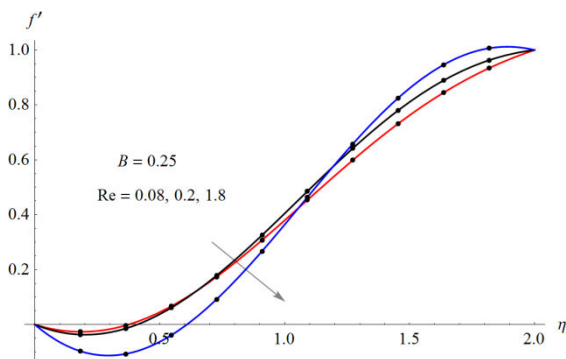


Fig. 3 Profil de vitesse pour différents valeurs de Re et $\beta < 1$.

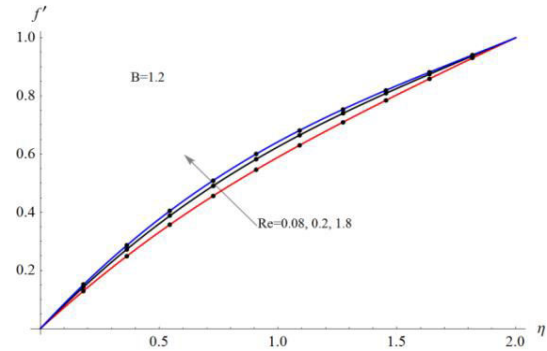


Fig. 4 Profil de vitesse pour différents valeurs de Re et $\beta > 1$.

Les figures 3 et 4 nous avons présenté la vitesse adimensionnelle du fluide biomagnétique pour différentes valeurs du nombre de Reynolds $0 \leq \beta < 1$ et $1 < \beta < 2$. Pour la figure 3, on note que l'effet du nombre de Reynolds est très semblable au paramètre d'instabilité K quand $\beta < 1$. Dans les équations ; 13, 14 et 15 nous notons que Re est apparaît comme puissance de $m-1$. Alors que pour $0 \leq m < 1$ et $0 \leq \beta < 1$, le nombre de Reynolds est agit comme le paramètre d'instabilité. De fig.4 nous constatons que la vitesse du fluide biomagnétique augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds dans un certain domaine $\eta < \eta$ critique. Mais lointain de la surface du corps ($\eta > \eta$ critique) que cette situation décompose et la conséquence est que le profil de vitesse diminue. Les effets d'un plus grand nombre de Reynolds sur les profils de vitesse diminuent.

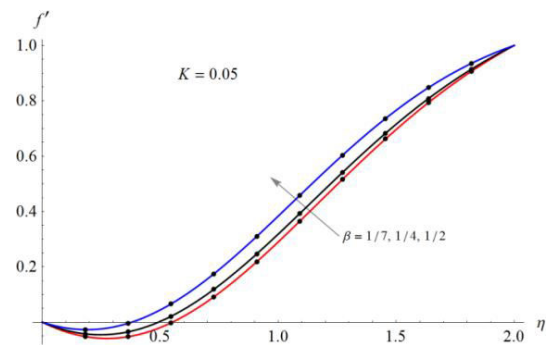


Fig. 5 Profil de vitesse pour différents valeurs de β .

L'effet des changements du paramètre d'angle de cale β sur la vitesse sans dimensions dans la couche limite est montré dans la fig.5. La caractéristique générale de ces solutions est l'augmentation de la vitesse du liquide biomagnétique avec l'augmentation du β .

Les résultats prouvent également que les profils de vitesse sont devenus plus raides pour les valeurs

plus grandes du paramètre d'angle de cale β . Ce dernier est une mesure du gradient de pression, et ainsi une valeur positive de β indique un gradient de pression négative.

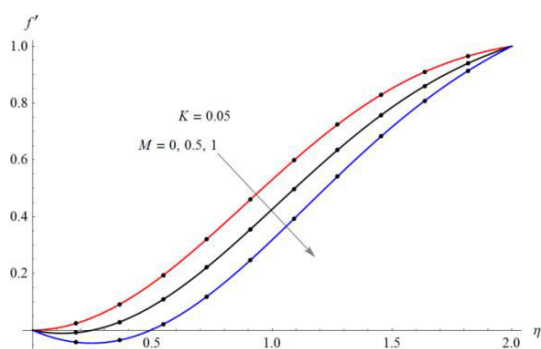


Fig. 6 Profil de vitesse pour différents valeurs de M.

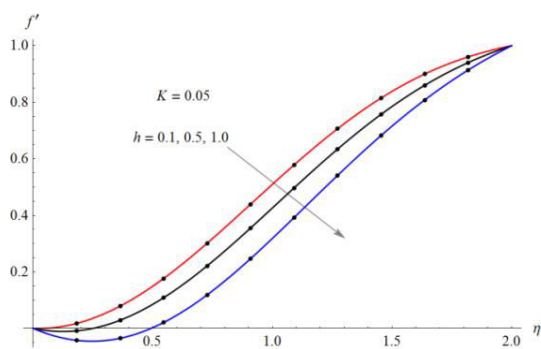


Fig. 7 Profil de vitesse pour différents valeurs de h.

Pour quelques valeurs représentatives du paramètre M de champ magnétique. La fig. 6 nous voyons que les profils de vitesse diminuent avec l'augmentation du paramètre de champ magnétique M, qui indique que le champ magnétique agit comme une corde qui retarde le mouvement du liquide.

Dans la fig. 7, l'effet du paramètre induit du champ magnétique h sur le champ de vitesse est dépeint pour les solutions instables. On le constate que la vitesse du fluide biomagnétique diminue de manière significative avec l'augmentation du paramètre induit du champ magnétique.

4. CONCLUSION

L'écoulement hydromagnétique non linéaire de convection forcée du fluide biomagnétique instable au-dessus d'une cale avec la condition de la surface convective en présence du champ magnétique induit a été analysé théoriquement. L'analyse de similitude et la méthode numérique ont été utilisées

pour déterminer la vitesse du liquide. Les influences du paramètre d'instabilité, du nombre de Reynolds, du paramètre de champ magnétique, du paramètre d'angle de cale, et du paramètre induit de champ magnétique sur le champ d'écoulement sont examinées. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques. De la présente recherche les conclusions principales suivantes peuvent être tirées :

- L'instabilité est commandée de manière significative les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur du fluide biomagnétique.
- la vitesse d'écoulement diminue avec l'augmentation du paramètre d'instabilité tandis qu'elle augmente avec l'augmentation de l'angle de la cale.
- Le champ magnétique induit a un effet significatif sur l'écoulement de sang. Ainsi, dans la modélisation du fluide biomagnétique, l'effet du champ magnétique induit dans le domaine d'écoulement devrait être tenu compte.

REFERENCES

[1] Anderson, H. I., Halden, R. et Glomsaker, T. (2000). *Journal of Biomechanics*, **33**, 1257.

[2] Chaudhary, R.C. et Sharma, B.K. (2006). "Combined heat and mass transfer by laminar mixed convection flow from a vertical surface with induced magnetic field," *J Appl Phys*, 99:034901–034910.

[3] Haik, Y., Chen, J.C. and Pai, V.M. (1996). "Development of bio-magnetic fluid dynamics," *Proceedings of the IX International Symposium on Transport Properties in Thermal Fluids Engineering, Singapore, Pacific Center of Thermal Fluid Engineering*, S.H. Winoto, Y.T. Chew, N.E. Wijeyesundera, eds, Hawaii, U.S.A., June 25–28, , 121–126.

[4] Haik, Y., Chen, C. J. et Chatterjee, J. (2002). *Journal of Visualization*, **5**(2), 187.

[5] Haik, Y., Pai, V. et Chen, C. J. (1999). *Biomagnetic Fluid Dynamics, In: Fluid Dynamics at Interfaces*, W. Shyy and R. Narayanan (Eds), Cambridge University Press.

[6] Higashi, .T., Yamagishi, A., Takeuchi, T., Kawaguchi, N., Sagawa, S., Onishi, S. et Date, M. (1993). *Journal of Blood*, **82** (4), 1328.

[7] Pauling, L. et Coryell, C. D. (1936). "The magnetic Properties and Structure of Hemoglobin, Oxyhemoglobin and Carbonmonoxy Hemoglobin," *In Proceedings of the National Academy of Science, USA*, **22**, 210-216.

[8] Rahman, M.M. (2011). "Heat transfer in biomagnetic fluid over a wedge with convective surface boundary condition in the presence of induced magnetic field," *Int J Energy Technol* ,**3**(17):1–8.

[9] Rahman, M.M. et Sattar, M.A. (2006). "Magnetohydrodynamic convective flow of a micropolar fluid past a continuously moving vertical porous plate in the presence of heat generation/absorption," *ASME J Heat Tran*, 128(2):142–152.

[10] Sattar, M.A. (2011). "A local similarity transformation for the unsteady two-dimensional hydrodynamic boundary layer equations of a flow past a wedge," *Int J Appl Math Mech*, 7(1):15–28.

[11] Zendehebudi, G. R. et Moayeri, M. S. (1999). *Journal of Biomechanics*. **32**, 959.